

Преподаватель:

**Прутков
Козьма
Петрович**



Министерство образования и науки РФ

Уральский государственный экономический университет



Домашняя контрольная работа

Линейные пространства

Студент: **Иксов Игрек Зетович**

PrutkovKP@ugaga.hihi

Екатеринбург
2017-2018

Указания к оформлению работы

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу Adobe Reader версии 11 или DC.

В программе Adobe Reader переход в полноэкранный режим и возвращение к режиму работы в окне осуществляется комбинацией клавиш **Ctrl+L** (т.е. одновременным нажатием клавиш «Ctrl» и «L»).

Переход к следующему слайду или возвращение к предыдущему слайду осуществляется клавишами «Page Up» или «Page Down».

Указания к оформлению работы

Для просмотра файлов pdf настоятельно рекомендуем использовать программу **Adobe Reader** версии 11 или DC.

Для перехода по гиперссылке, как обычно, следует навести указатель мыши на текст, выделенный красным (но не пурпурным) или синим цветом и нажать на левую кнопку мыши или левую кнопку тачпада (для ноутбука).

«Откат», т. е. отмена предыдущей команды (например, перехода по гиперссылке) осуществляется одновременным нажатием клавиш **Alt** и **←**.

В случае, если два соседних слова выделены, допустим, синим цветом, но одно набрано обычным, а другое — полужирным шрифтом, то это означает, что переход по гиперссылкам осуществляется на различные мишени.

Указания к оформлению работы

1) Тестирование начинается с нажатия кнопки «Начать тест», подсчёт баллов произойдёт после нажатия кнопки «Завершить тест». При возникновении затруднений с выполнением задания перейдите по гиперссылкам в тексте задания, для чего в папке, куда вы извлекли данный файл с заданиями, должны находиться также содержащиеся в этом же архиве файлы с электронными учебниками.

2) В заданиях необходимо заполнить все поля для ввода вида ☐. Выполненный тест следует сохранить (необходим Adobe Reader XI или более высокой версии) и выслать по e-mail PrutkovKP@ugaga.hihi

3) Чтобы нарисовать фигуру в Adobe Reader 11, надо на верхней панели открыть меню «Просмотр», выбрать пункт «Инструменты», вкладку «Комментарии», и во вкладке «Рисованные пометки», активировать нужный инструмент.

В Adobe Reader DC для рисования линий следует активизировать пункт «Добавить комментарий» (например, на верхней панели в меню «Редактирование» выбрать «Инструменты управления» и открыть «Добавить комментарий»). В строке «Записка Выделение цветом Подчёркнутый Текст комментарий Зачеркнутый Заменить текст ...»

выбрать троеточие. В «вывалившемся» списке следует выбрать пункт «Инструменты рисования», а в нём — пункт «Линия».

4) В поле для ввода вводится либо **формула** (если это явно указано), либо **целое число**. Для введения дробей используется сдвоенное поле ввода: / . Дроби должны быть несократимыми, но могут быть неправильными. Если дробь оказалась целым числом n , представить его в виде $\frac{n}{1}$. Если числитель нулевой, дробь надо представить в виде $\frac{0}{1}$. Если дробь отрицательная, то знак «минус» должен быть в числителе: $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b}$. В натуральном числе под корнем $\sqrt{\quad}$ нельзя выделить множитель, являющийся квадратом натурального числа.

5) Если в поле для ввода надо ввести целое число, то вместо него можно вводить арифметическое выражение в формате Java Script, т.е., например, вместо 8 можно ввести $(3^2)-1$ или `sqrt(64)`.

6) **При вводе формулы** в полях для ввода знак умножения * писать обязательно, деление обозначается как /, возведение в степень – как ^ (например, x^{5t-3} записывается как `x^(5*t-3)`), $\sqrt{\dots}$ задаётся как `sqrt(...)` (например, $\sqrt{x+1}$ можно представить как `sqrt(x+1)` и $\sqrt{|t|}$ — как `sqrt(|t|)`), $\ln \dots$ задается как `ln(...)` (например, $\ln x$ надо записать `ln(x)`), $\lg \dots$ как `log(...)`. $e^{\dots}$, $\sin \dots$, $\cos \dots$, $\operatorname{tg} \dots$ — как `exp(...)`, `sin(...)`, `cos(...)`, `tan(...)`, `arcsin...`, `arccos...`, `arctg...` — как `asin(...)`, `acos(...)`, `atan(...)`.

Понятно, что, например, $\sin^3 t$ надо представить выражением `((sin(t))^3)` или `(sin(t))^3`, или даже `sin(t)^3`, но не `sin^3(t)`.

Для простоты полагаем $\sqrt[3]{x} = x^{1/3}$ и т.п. Число π — это PI.

Приоритетность операций можно изменить с помощью КРУГЛЫХ скобок, все скобки должны быть парными (каждой открывающейся скобке соответствует закрывающаяся). Использовать можно только круглые скобки. Выражение можно заменить равносильным: вместо `5^2` ввести `25`, `2*(x-8)` заменить на `2*x-16`. Лишние пары скобок игнорируются: `(x*(1))` равносильно `x*1` и даже `x`.

Знак $\Rightarrow$ вводится как `=>`, $\Leftrightarrow$ — как `<=>`. При вводе формул с использованием этих знаков нельзя вставлять пробелы, лишние скобки и знаки препинания.

Считаем, что сумма может состоять из одного слагаемого.

Устные упражнения по линейным пространствам	8
Иксов Игрек Зетович	52
Линейные пространства : тест 1	52
Линейные пространства : тест 2	53
Линейные пространства : тест 3	54
Линейные пространства : тест 4	55
Линейные пространства : тест 5	56
Линейные пространства : тест 6	57
Линейные пространства : тест 7	58
Линейные пространства : тест 8	59
Линейные пространства : тест 9	61
Линейные пространства : тест 10	62
Линейные пространства : тест 11	63

Устные упражнения по линейным пространствам

1. **Линейная комбинация** векторов $v_1, v_2, \dots, v_k$ линейного пространства V с коэффициентами $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ — это

Устные упражнения по линейным пространствам

1. **Линейная комбинация** векторов $v_1, v_2, \dots, v_k$ линейного пространства V с коэффициентами $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ — это *выражение* вида

Устные упражнения по линейным пространствам

1. **Линейная комбинация** векторов $v_1, v_2, \dots, v_k$ линейного пространства V с коэффициентами $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ — это *выражение* вида $\beta_1 v_1 + \beta_2 v_2 + \dots + \beta_k v_k$.

Устные упражнения по линейным пространствам

2. Вектор u раскладывается в **линейную комбинацию** векторов $v_1, v_2, \dots, v_k$ линейного пространства V **однозначно**, если

Устные упражнения по линейным пространствам

2. Вектор u раскладывается в **линейную комбинацию** векторов $v_1, v_2, \dots, v_k$ линейного пространства V **однозначно**, если

$$\begin{cases} u = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_k v_k, \\ u = \beta_1 v_1 + \beta_2 v_2 + \dots + \beta_k v_k \end{cases} \Rightarrow$$

Устные упражнения по линейным пространствам

2. Вектор u раскладывается в **линейную комбинацию** векторов $v_1, v_2, \dots, v_k$ линейного пространства V **однозначно**, если

$$\begin{cases} u = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \dots + \alpha_k v_k, \\ u = \beta_1 v_1 + \beta_2 v_2 + \dots + \beta_k v_k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \beta_1, \\ \alpha_2 = \beta_2, \\ \dots \\ \alpha_k = \beta_k. \end{cases}$$

Устные упражнения по линейным пространствам

3. Система векторов $v_1, v_2, \dots, v_k$ линейного пространства V называется **линейно независимой**, если

Устные упражнения по линейным пространствам

3. Система векторов $v_1, v_2, \dots, v_k$ линейного пространства V называется **линейно независимой**, если

$$\beta_1 v_1 + \beta_2 v_2 + \dots + \beta_k v_k = 0 \Rightarrow$$

Устные упражнения по линейным пространствам

3. Система векторов $v_1, v_2, \dots, v_k$ линейного пространства V называется **линейно независимой**, если

$$\beta_1 v_1 + \beta_2 v_2 + \dots + \beta_k v_k = 0 \Rightarrow \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0.$$

Устные упражнения по линейным пространствам

4. Для того, чтобы доказать, что V — подпространство линейного пространства V над полем $\mathbb{R}$, **достаточно доказать**, что

Устные упражнения по линейным пространствам

4. Для того, чтобы доказать, что V — подпространство линейного пространства V над полем $\mathbb{R}$, **достаточно доказать**, что

$$\forall v_1, v_2 \in V \quad \forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R} \dots$$

Устные упражнения по линейным пространствам

4. Для того, чтобы доказать, что V — подпространство линейного пространства V над полем $\mathbb{R}$, **достаточно доказать**, что

$$\forall v_1, v_2 \in V \quad \forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R} \quad \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 \in V, \text{ что равносильно}$$

Устные упражнения по линейным пространствам

4. Для того, чтобы доказать, что V — подпространство линейного пространства V над полем $\mathbb{R}$, **достаточно доказать**, что

$\forall v_1, v_2 \in V \quad \forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R} \quad \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 \in V$, что равносильно

$$\begin{cases} \forall v_1, v_2 \in V \dots \\ \forall v \in V \quad \forall \lambda \in \mathbb{R} \dots \end{cases}$$

Устные упражнения по линейным пространствам

4. Для того, чтобы доказать, что V — подпространство линейного пространства V над полем $\mathbb{R}$, **достаточно доказать**, что

$\forall v_1, v_2 \in V \quad \forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R} \quad \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 \in V$, что равносильно

$$\begin{cases} \forall v_1, v_2 \in V & v_1 + v_2 \in V, \\ \forall v \in V \quad \forall \lambda \in \mathbb{R} \dots \end{cases}$$

Устные упражнения по линейным пространствам

4. Для того, чтобы доказать, что V — подпространство линейного пространства V над полем $\mathbb{R}$, **достаточно доказать**, что

$\forall v_1, v_2 \in V \quad \forall \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R} \quad \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 \in V$, что равносильно

$$\begin{cases} \forall v_1, v_2 \in V & v_1 + v_2 \in V, \\ \forall v \in V \quad \forall \lambda \in \mathbb{R} & \lambda v \in V. \end{cases}$$

Устные упражнения по линейным пространствам

5. $\begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \dots \\ \mu_1 \end{pmatrix}$ — **столбец координат** вектора u в базисе

$B = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, если

Устные упражнения по линейным пространствам

5. $\begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \dots \\ \mu_n \end{pmatrix}$ — **столбец координат** вектора u в базисе

$B = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, если $u = \mu_1 v_1 + \mu_2 v_2 + \dots + \mu_n v_n$.

Устные упражнения по линейным пространствам

6. В базисе $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$

вектор задается...

подпространство V **задаётся**...

Устные упражнения по линейным пространствам

6. В базисе $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$

вектор задается столбцом координат,

подпространство V **задаётся**...

Устные упражнения по линейным пространствам

6. В базисе $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$

вектор задается столбцом координат,

подпространство V **задаётся**

1) как линейная оболочка системы векторов (желательно базиса),

Устные упражнения по линейным пространствам

6. В базисе $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$

вектор задается столбцом координат,

подпространство V **задаётся**

- 1) как линейная оболочка системы векторов (желательно базиса),
- 2) системой линейных алгебраических уравнений, т.е.

Устные упражнения по линейным пространствам

6. В базисе $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$

вектор задается столбцом координат,

подпространство V **задаётся**

1) как линейная оболочка системы векторов (желательно базиса),

2) системой линейных алгебраических уравнений, т.е.

утверждением о

Устные упражнения по линейным пространствам

6. В базисе $\mathbf{B} = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$

вектор задается столбцом координат,

подпространство V **задаётся**

1) как линейная оболочка системы векторов (желательно базиса),

2) системой линейных алгебраических уравнений, т.е.

утверждением о координатах произвольного вектора из V .

Устные упражнения по линейным пространствам

7. Коэффициенты **матрицы перехода** от базиса

$\mathbf{B} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ к базису $\mathbf{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ определяются равенством

Устные упражнения по линейным пространствам

7. Коэффициенты **матрицы перехода** от базиса

$\mathbf{B} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ к базису $\mathbf{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ определяются равенством

$$v_i =$$

Устные упражнения по линейным пространствам

7. Коэффициенты **матрицы перехода** от базиса

$\mathbf{B} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ к базису $\mathbf{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ определяются равенством

$$v_i = t_{1i}u_1 + t_{2i}u_2 + \dots + t_{ni}u_n =$$

Устные упражнения по линейным пространствам

7. Коэффициенты **матрицы перехода** от базиса

$\mathbf{B} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ к базису $\mathbf{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ определяются равенством

$$v_i = t_{1i}u_1 + t_{2i}u_2 + \dots + t_{ni}u_n = \sum_{j=1}^n t_{ji}u_j.$$

Устные упражнения по линейным пространствам

8. Типовой план решения задачи с применением аппарата линейной алгебры:

Устные упражнения по линейным пространствам

8. Типовой план решения задачи с применением аппарата линейной алгебры:
- I) перейти от исходного линейного пространства к арифметическому пространству $\mathbb{R}^n$:

Устные упражнения по линейным пространствам

8. Типовой план решения задачи с применением аппарата линейной алгебры:
- I) перейти от исходного линейного пространства к арифметическому пространству $\mathbb{R}^n$:
 - I.a) выбрать базис исходного линейного пространства;

Устные упражнения по линейным пространствам

8. Типовой план решения задачи с применением аппарата линейной алгебры:
- I) перейти от исходного линейного пространства к арифметическому пространству $\mathbb{R}^n$:
 - I.a) выбрать базис исходного линейного пространства;
 - I.б) все рассматриваемые объекты заменить на их типовые образы в $\mathbb{R}^n$, все отношения перевести на матричный язык;

Устные упражнения по линейным пространствам

8. Типовой план решения задачи с применением аппарата линейной алгебры:
- I) перейти от исходного линейного пространства к арифметическому пространству $\mathbb{R}^n$:
 - I.a) выбрать базис исходного линейного пространства;
 - I.б) все рассматриваемые объекты заменить на их типовые образы в $\mathbb{R}^n$, все отношения перевести на матричный язык;
 - II) решить полученную матричную задачу в $\mathbb{R}^n$;

Устные упражнения по линейным пространствам

8. Типовой план решения задачи с применением аппарата линейной алгебры:
- I) перейти от исходного линейного пространства к арифметическому пространству $\mathbb{R}^n$:
 - I.a) выбрать базис исходного линейного пространства;
 - I.б) все рассматриваемые объекты заменить на их типовые образы в $\mathbb{R}^n$, все отношения перевести на матричный язык;
 - II) решить полученную матричную задачу в $\mathbb{R}^n$;
 - III) интерпретировать результат в исходном пространстве.

Устные упражнения по линейным пространствам

9. Укажите **естественный базис** линейного пространства:

2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} : \dots$

симметричных 2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} : \dots$

многочленов $a + bx + cx^2 + dx^3$ от x степени не выше 3:...

квадратичных форм $ax^2 + bxy + cy^2$ от x, y :...

кососимметричных 3×3 матриц $\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & b \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix} : \dots$

Устные упражнения по линейным пространствам

9. Укажите **естественный базис** линейного пространства:

2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

симметричных 2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$:...

многочленов $a + bx + cx^2 + dx^3$ от x степени не выше 3:...

квадратичных форм $ax^2 + bxy + cy^2$ от x, y :...

кососимметричных 3×3 матриц $\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & b \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix}$:...

Устные упражнения по линейным пространствам

9. Укажите **естественный базис** линейного пространства:

2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

симметричных 2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

многочленов $a + bx + cx^2 + dx^3$ от x степени не выше 3:...

квадратичных форм $ax^2 + bxy + cy^2$ от x, y :...

кососимметричных 3×3 матриц $\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & b \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix}$:...

Устные упражнения по линейным пространствам

9. Укажите **естественный базис** линейного пространства:

2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

симметричных 2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

многочленов $a + bx + cx^2 + dx^3$ от x степени не выше 3:

$\{x^0, x, x^2, x^3\}$;

квадратичных форм $ax^2 + bxy + cy^2$ от x, y :...

кососимметричных 3×3 матриц $\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & b \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix}$:...

Устные упражнения по линейным пространствам

9. Укажите **естественный базис** линейного пространства:

2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

симметричных 2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

многочленов $a + bx + cx^2 + dx^3$ от x степени не выше 3:

$\{x^0, x, x^2, x^3\}$;

квадратичных форм $ax^2 + bxy + cy^2$ от x, y : $\{x^2, xy, y^2\}$;

кососимметричных 3×3 матриц $\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & b \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix} : \dots$

Устные упражнения по линейным пространствам

9. Укажите **естественный базис** линейного пространства:

2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

симметричных 2×2 матриц $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$;

многочленов $a + bx + cx^2 + dx^3$ от x степени не выше 3:

$\{x^0, x, x^2, x^3\}$;

квадратичных форм $ax^2 + bxy + cy^2$ от x, y : $\{x^2, xy, y^2\}$;

кососимметричных 3×3 матриц $\begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & b \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix}$:

$\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$.

Устные упражнения по линейным пространствам

10. Если $T_{\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{V}}$ — матрица перехода от базиса

$\mathbf{B} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ к базису $\mathbf{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, то столбцы координат $[w]_{\mathbf{B}}$ и $[w]_{\mathbf{V}}$ вектора w в базисах $\mathbf{B}$ и $\mathbf{V}$ связаны уравнением

Устные упражнения по линейным пространствам

10. Если $T_{\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{V}}$ — матрица перехода от базиса

$\mathbf{B} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ к базису $\mathbf{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, то столбцы координат $[w]_{\mathbf{B}}$ и $[w]_{\mathbf{V}}$ вектора w в базисах $\mathbf{B}$ и $\mathbf{V}$ связаны уравнением

$$[w]_{\mathbf{V}} =$$

Устные упражнения по линейным пространствам

10. Если $T_{\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{V}}$ — матрица перехода от базиса

$\mathbf{B} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ к базису $\mathbf{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, то столбцы координат $[w]_{\mathbf{B}}$ и $[w]_{\mathbf{V}}$ вектора w в базисах $\mathbf{B}$ и $\mathbf{V}$ связаны уравнением

$[w]_{\mathbf{V}} = T_{\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{V}}^{-1} \cdot [w]_{\mathbf{B}}$, что равносильно

Устные упражнения по линейным пространствам

10. Если $T_{\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{V}}$ — матрица перехода от базиса

$\mathbf{B} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ к базису $\mathbf{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, то столбцы координат $[w]_{\mathbf{B}}$ и $[w]_{\mathbf{V}}$ вектора w в базисах $\mathbf{B}$ и $\mathbf{V}$ связаны уравнением

$[w]_{\mathbf{V}} = T_{\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{V}}^{-1} \cdot [w]_{\mathbf{B}}$, что равносильно $[w]_{\mathbf{B}} =$

Устные упражнения по линейным пространствам

10. Если $T_{\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{V}}$ — матрица перехода от базиса

$\mathbf{B} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ к базису $\mathbf{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, то столбцы координат $[w]_{\mathbf{B}}$ и $[w]_{\mathbf{V}}$ вектора w в базисах $\mathbf{B}$ и $\mathbf{V}$ связаны уравнением

$[w]_{\mathbf{V}} = T_{\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{V}}^{-1} \cdot [w]_{\mathbf{B}}$, что равносильно $[w]_{\mathbf{B}} = T_{\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{V}} \cdot [w]_{\mathbf{V}}$.

Линейные пространства : тест 1 (Иксов Игрек Зетович)

1. (9 б.) Укажите **координаты** векторов в базисе

$$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}:$$

$$\left[\begin{pmatrix} 0 & -7 & 7 \\ 7 & 0 & 5 \\ -7 & -5 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 0 & -8 & -7 \\ 8 & 0 & -7 \\ 7 & 7 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 9 & 9 \\ -9 & 0 & 7 \\ -9 & -7 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \\ -7 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 0 & 7 \\ 0 & -4 & -9 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}.$$

STestLinSpaceAa[2]

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за задачи}} \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за коэфф-ты}}$

Линейные пространства : тест 2 (Иксов Игрек Зетович)

1. (9 б.) Укажите **координаты** векторов в базисе

$$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}:$$

$$\left[\begin{pmatrix} -7 & -6 \\ -6 & 6 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}, \quad \left[\begin{pmatrix} 8 & 7 \\ 7 & 7 \end{pmatrix} + 5 \begin{pmatrix} -9 & 8 \\ 8 & 8 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -7 & -6 \\ -6 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \end{pmatrix}. \quad \text{STestLinSpaceAa[4]}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за задачи}} \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за коэфф-ты}}$

Линейные пространства : тест 3 (Иксов Игрек Зетович)

1. (12 б.) Даны 4 **базиса** линейного пространства U :

$$\mathbf{A} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\mathbf{C} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \mathbf{D} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

$$\left[\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}, \quad \left[\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix},$$

$$\left[\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}, \quad \left[\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \right]_{\mathbf{D}} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}. \quad \text{STestLinSpaceAa[12]}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}$
за задачи за коэфф-ты

Линейные пространства : тест 4 (Иксов Игрек Зетович)

1. (12 б.) Даны 4 **базиса** линейного пространства U :

$$\mathbf{A} = \{x^2, xy, y^2\}, \quad \mathbf{B} = \{y^2, xy, x^2\}, \quad \mathbf{C} = \{x^2, xy, x^2 + y^2\},$$

$$\mathbf{D} = \{x^2, xy, (x - y)^2\}. \text{ Тогда}$$

$$[5x^2 - 2xy - 5y^2]_{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}, \quad [5x^2 - 2xy - 5y^2]_{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix},$$

$$[5x^2 - 2xy - 5y^2]_{\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}, \quad [5x^2 - 2xy - 5y^2]_{\mathbf{D}} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}. \quad \text{STestLinSpaceAa[13]}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за задачи}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за коэфф-ты}}$

Линейные пространства : тест 5 (Иксов Игрек Зетович)

1. (12 б.) Найдите коэффициенты в разложениях:

$$\begin{pmatrix} 73 & 58 \\ 58 & -59 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 21 & 17 \\ 17 & -16 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 & 12 \\ 12 & -15 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} -37 & -31 \\ -31 & 25 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 21 & 17 \\ 17 & -16 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 & 12 \\ 12 & -15 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} -27 & -21 \\ -21 & 23 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 21 & 17 \\ 17 & -16 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 & 12 \\ 12 & -15 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 48 & 37 \\ 37 & -42 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 21 & 17 \\ 17 & -16 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 & 12 \\ 12 & -15 \end{pmatrix}.$$

STestLinSpaceAa[72]


за задачи за коэфф-ты

Линейные пространства : тест 6 (Иксов Игрек Зетович)

1. (12 б.) Найдите коэффициенты в разложениях:

$$-51x^2 - 41xy + 41y^2 = (5x^2 + 4xy - 4y^2) + (-19x^2 - 15xy + 16y^2) + (16x^2 + 12xy - 15y^2);$$

$$8x^2 + 5xy - 10x^2 = (5x^2 + 4xy - 4y^2) + (-19x^2 - 15xy + 16y^2) + (16x^2 + 12xy - 15y^2);$$

$$-7x^2 - 6xy + 5x^2 = (5x^2 + 4xy - 4y^2) + (-19x^2 - 15xy + 16y^2) + (16x^2 + 12xy - 15y^2);$$

$$13x^2 + 11xy - 9x^2 = (5x^2 + 4xy - 4y^2) + (-19x^2 - 15xy + 16y^2) + (16x^2 + 12xy - 15y^2).$$

STestLinSpaceAa[73]


за задачи за коэфф-ты

Линейные пространства : тест 7 (Иксов Игрек Зетович)

1. (3 б.) В линейном пространстве U многочленов степени не выше 2 от переменной t задано подпространство V многочленов $f(t)$ таких, что $f(3) = f'(-4) = f''(-5)$.

Тогда координаты любого многочлена из V в базисе

$B = \{x^0, x, x^2\}$ **удовлетворяют уравнениям** (отметьте «галочкой» верные уравнения)

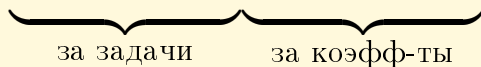
$$x_1 + 2x_2 + 18x_3 = 0$$

$$x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 0$$

$$x_1 + 2x_2 + 17x_3 = 0$$

$$2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 0$$

STestLinSpaceAa[32]


за задачи за коэфф-ты

Линейные пространства : тест 8 (Иксов Игрек Зетович)

1. (3 б.) В линейном пространстве U симметричных матриц (т.е. $\mathbf{X}^t = \mathbf{X}$, где $\mathbf{X}^t$ — матрица, **транспонированная** к $\mathbf{X}$) с нулевым **следом** (нулевой суммой элементов **главной диагонали**)

подпространство V состоит из таких матриц $\mathbf{X} \in U$, что

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -6 & -9 \end{pmatrix} \mathbf{X} \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 3 & -9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Тогда координаты любой матрицы из V в базисе

$\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$ **удовлетворяют уравнениям** (отметьте «галочкой» верные уравнения)

$$-x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 0$$

$$-5x_1 + 6x_2 + 6x_3 = 0$$

$$-5x_1 + 6x_2 + 8x_3 = 0$$

$$-x_1 + 3x_2 + x_3 = 0$$

STestLinSpaceAa[35]


за задачи за коэфф-ты

Линейные пространства : тест 9 (Иксов Игрек Зетович)

1. (8 б.) Если $\mathbf{P} = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$ и $\mathbf{G} = \{g_1, g_2, g_3, g_4\}$ — два базиса некоторого линейного пространства, и $\mathbf{U}_{\mathbf{P} \rightarrow \mathbf{G}} = (u_{ij})_{4 \times 4}$ — **матрица перехода**, то

$$g_1 = u \quad p_1 + u \quad p_2 + u \quad p_3 + u \quad p_4. \quad \text{STestLinSpaceAa[91]}$$

2. (2 б.) Если $\mathbf{P}_1$ и $\mathbf{P}_2$ — два базиса некоторого линейного пространства, и через $\mathbf{H}_{\mathbf{U} \rightarrow \mathbf{A}}$ обозначена — **матрица перехода** из произвольного базиса $\mathbf{U}$ в некоторый базис $\mathbf{A}$, то для произвольного вектора n имеем $[n]_{\mathbf{P}_1} = \mathbf{H}_{\mathbf{P}} \rightarrow \mathbf{P} [n]_{\mathbf{P}_2}$. STestLinSpaceAa[93]


за задачи за коэфф-ты

Линейные пространства : тест 10 (Иксов Игрек Зетович)

1. (2 б.) Пусть $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{H}$ — два базиса некоторого линейного пространства, и $\mathbf{W}_{\mathbf{Q} \rightarrow \mathbf{H}}$ — **матрица перехода** из $\mathbf{Q}$ в $\mathbf{H}$. Отметьте **верные равенства** для координат вектора c :

$$[c]_{\mathbf{H}} = \mathbf{W}_{\mathbf{Q} \rightarrow \mathbf{H}} [c]_{\mathbf{Q}}$$

$$[c]_{\mathbf{Q}} = \mathbf{W}_{\mathbf{Q} \rightarrow \mathbf{H}}^{-1} [c]_{\mathbf{H}}$$

$$[c]_{\mathbf{Q}} = \mathbf{W}_{\mathbf{Q} \rightarrow \mathbf{H}} [c]_{\mathbf{H}}$$

$$[c]_{\mathbf{H}} = \mathbf{W}_{\mathbf{Q} \rightarrow \mathbf{H}}^{-1} [c]_{\mathbf{Q}}$$

STestLinSpaceAa[92]

2. (2 б.) Если $\mathbf{R}_1$ и $\mathbf{R}_2$ — два базиса некоторого линейного пространства, и через $\mathbf{G}_{\mathbf{W} \rightarrow \mathbf{A}}$ обозначена — **матрица перехода** из произвольного базиса $\mathbf{W}$ в некоторый базис $\mathbf{A}$, то для произвольного вектора n имеем $[n]_{\mathbf{R}_1} = \mathbf{G}_{\mathbf{R}}^{-1} \rightarrow_{\mathbf{R}} [n]_{\mathbf{R}_2}$. STestLinSpaceAa[94]

$\underbrace{\hspace{10em}}$
за задачи за коэфф-ты

Линейные пространства : тест 11 (Иксов Игрек Зетович)

1. (9 б.) Даны **базисы**

$$B = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 5 & 4 \\ -5 & 0 & -4 \\ -4 & 4 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -19 & -15 \\ 19 & 0 & 16 \\ 15 & -16 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 16 & 12 \\ -16 & 0 & -15 \\ -12 & 15 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\text{и } B = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 125 & 96 \\ -125 & 0 & -112 \\ -96 & 112 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 486 & 373 \\ -486 & 0 & -436 \\ -373 & 436 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -540 & -416 \\ 540 & 0 & 481 \\ 416 & -481 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Тогда **матрица перехода** из B в B **равна**

$$T_{B \rightarrow B} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}.$$

STestLinSpaceAa[82]

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за задачи}} \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{за коэфф-ты}}$

Линейные пространства : тест 12 (Иксов Игрек Зетович)

1. (9 б.) Даны **базисы**

$$B = \{5x^2 + 4xy - 4y^2, 21x^2 + 17xy - 16y^2, 16x^2 + 12xy - 15y^2\}$$

и $B = \{-35x^2 - 32xy + 16y^2, 166x^2 + 149xy - 84y^2, -20x^2 - 32xy - 31y^2\}$. Тогда

матрица перехода из B в B **равна**

$$T_{B \rightarrow B} = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}.$$

STestLinSpaceAa[83]

⏟
за задачи ⏟
за коэфф-ты

Выполненный тест следует сохранить (необходим Adobe Reader XI или более высокой версии) и выслать по e-mail PrutkovKP@ugaga.hihi